SSA 法を用いたカオス予測シミュレーション
Chaos Prediction Simulation using SSA method

１．序論

自然現象や社会現象、例えば温度変化や株価変動など挙動は複雑に見えるが背景にあるメカニズムはシンプルな事象を主成分解析を用いて予測する SSA(Singular Spectrum Analysis)法 [1] の可能性についてカオスシステムや自然現象データを例に検証した。またこの手法により動的機器の状態監視保全への応用が可能であるか検討した。

２．計算手法

N 個の時系列データを考える。

$$\{x_1, x_2, \cdots, x_N\} \tag{1}$$

N 以下の任意の整数 p を設定し、以下のように(N-p+1)×p の行列を作る。

$$\mathbf{x} = \left(\begin{bmatrix} x_p \\ \vdots \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{p+1} \\ \vdots \\ x_3 \\ x_2 \end{bmatrix} \cdots \begin{bmatrix} x_N \\ \vdots \\ x_{N-p+2} \\ x_{N-p+1} \end{bmatrix} \right) \tag{2}$$

この行列 $\boldsymbol{x}$ に $\boldsymbol{x}$ の転置行列を掛けて得られた $p \times p$ の行列の固有値の中で大きいほうから任意の整数 r 個（$r < p$)を選びそれに対応する固有ベクトルで張られる空間に予測値が存在すると仮定する。このとき r 個の固有ベクトルを並べた $p \times r$ の行列を $\boldsymbol{V}_{p\times r}$ とする。

$$\hat{\mathbf{x}}_{N+1} = \hat{x}_{N+1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ x_N \\ \vdots \\ x_{N-p+2} \end{pmatrix} = \hat{x}_{N+1}\mathbf{L} + \mathbf{Q} \tag{3}$$

上式のように行列 **L**,**Q** を定めると予測値 $\boldsymbol{X}_{N+1}$ を得るための式は以下のようになる。

$$\hat{x}_{N+1} = \frac{\mathbf{L}^t \mathbf{V}_{p\times r} \cdot \mathbf{V}^t_{p\times r} \mathbf{Q}}{1 - \mathbf{L}^t \mathbf{V}_{p\times r} \cdot \mathbf{V}^t_{p\times r} \mathbf{L}} \tag{4}$$

次に入力値として **X2~XN+1** を用いて $\boldsymbol{X}_{N+2}$ を予測する。同様にして予測を繰り返していく。

３．結果

3.1 星の光度

自然現象の例として 600 日間測定した星の光度のデータを使った。

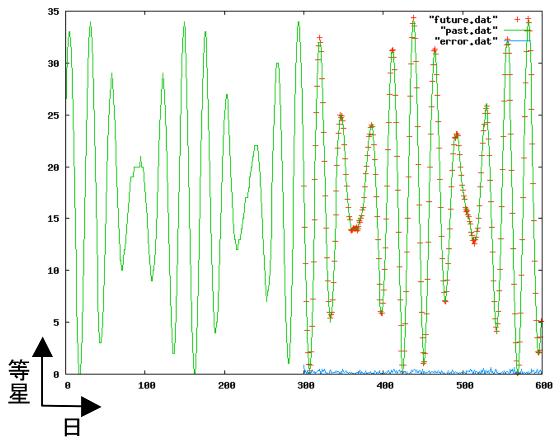

図１　星の光度の予測　*(N,p,r)=(300,250,27)*

上図は緑実線が真値を、赤破線が予測値を、青実線が予測値と真値の誤差を表している。

平均誤差は 0.19 で最大振幅が約 34 なので約 0.6%の誤差とかなり精度良く予測できていると言える。

４．考察

星の光度の予測はかなり精度良くできた。しかしこれはデータが周期的であったためと考えられる。他にもカオスシステムや温度変化のデータを同様に予測したが、最大振幅に対して 2 割程度の誤差で予測できた。

相転移が起こる系の例として阪神大震災時の地震計のデータを予測したが、震災の発生を予測することはできなかった。相転移の発生を予測できなければ動的機器の状態監視保全への応用は難しいと考えられる。

参考文献.

1) A.Loskutov, I.Istomin and O.Kotlyarov, DATA ANALYSIS: “GENERALISATIONS OF THELOCAL APPROXIMATION METHOD BYSINGULAR SPECTRUM ANALYSIS”, arXiv:nlin.CD/0109022 v1 18 Sep 2001.