

# SSA 手法によるデータ予測

## Prediction Simulation using SSA method

### 1. はじめに

天気や気温、地震、太陽の黒点運動、さらには金融市場など、我々の周りには時系列的に変化していく現象が多く存在する。このような現象の背後にあるメカニズムは複雑で、わからないことが多いのが現状である。

そこで、メカニズムそのものに注目するのではなく、その時系列データから現象の予測が可能であるかどうかということに関して、SSA<sup>1)</sup> (Singular Spectral Analysis) という手法を用いて取り組んだ。

### 2. SSA (Singular Spectral Analysis)

#### 2.1 基本マトリクスの構成

まずは、時系列データを用意する。

$$\{x_1, \dots, x_N\} \quad (1)$$

このデータに対し、任意のパラメータMを設定して今回の計算で用いる行列Xを作成する。

$$X = \begin{pmatrix} \begin{bmatrix} x_M \\ \vdots \\ x_2 \\ x_1 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} x_{M+1} \\ \vdots \\ x_3 \\ x_2 \end{bmatrix} & \dots & \begin{bmatrix} x_N \\ \vdots \\ x_{N-M+2} \\ x_{N-M+1} \end{bmatrix} \end{pmatrix} \quad (2)$$

そして、この行列Xとその転置行列を掛け合わせた自己相関行列  $X \cdot X^T$  に対し、固有値分解を行ない、固有ベクトルの行列Vを作成する。

#### 2.2 データの予測

時系列で次に登場する未知の値  $x_{N+1}$  を付け加えたベクトルを式(3)のように設定する。

$$\bar{x}_N = \begin{pmatrix} x_{N+1} \\ x_N \\ \vdots \\ x_{N-M+1} \end{pmatrix} \quad (3)$$

そして、未知の値を推定するための条件として、以下の式(4)を考える。

$$\left( \bar{x}_{N+1} - V_{M \times r} \cdot V_{M \times r}^T \cdot \bar{x}_{N+1} \right) \rightarrow \min \quad (4)$$

ここで、 $V_{M \times r}$  はM個ある固有ベクトルのうち、固有値の大きいものを r 個取り出して、作成した行列である。このあとは、以下のように計算してゆく。

$$\bar{x}_{N+1} = x_{N+1} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ x_N \\ \vdots \\ x_{N-M+2} \end{pmatrix} = x_{N+1} \bar{L} + \bar{Q} \quad (5)$$

$$x_{N+1} = \frac{\bar{L}^T V_{M \times r} \cdot V_{M \times r}^T \bar{Q}}{1 - \bar{L}^T V_{M \times r} \cdot V_{M \times r}^T \bar{L}} = \bar{a} \cdot \bar{Q} \quad (6)$$

次にこの  $x_{N+1}$  を用いて(1)式の時系列データを  $\{x_2, \dots, x_{N+1}\}$  と更新する、というように(1)式から(6)式の計算を繰り返すことで時系列データの予測を行なう。

### 3. 結果

ここでは、気温変動に関して SSA 手法を用いた分析を行なった。データは 1980 年～1990 年までのオーストラリアのメルボルンにおける 1 日の最高気温を使って、1988 年途中までのデータ (N=3000) を初期データ、さらに (M=160、r=30) として SSA による予測を行い、元のデータとの比較を示した図を以下に示す。

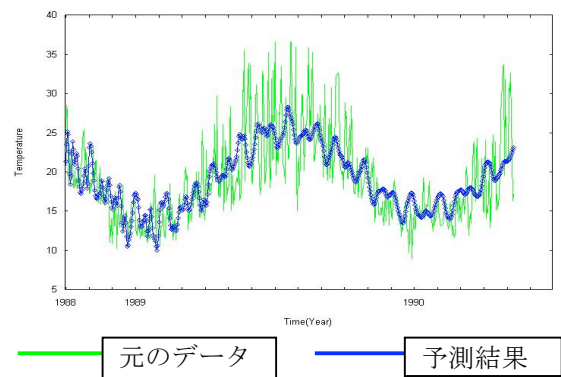


図 1 : 最高気温の予測

### 4. 考察

周期性を持つ時系列データの予測はある程度の傾向を捉えた結果が出たが、株価変動などの周期性を持たず、複雑に変動するデータの予測は難しいと考えられる。また、パラメータの設定も任意なので、今回より良い結果を収めるようなパラメータがある可能性も考えられる。

### 5. 結論

今回用いた現象以外にも SSA での分析を行なうことで、SSA 手法の適用可能性を考えていくことが必要である。

#### 参考文献

1) A.Loskutov,I.Istomin and O.Kotlyrov:  
Generalisations of the local Approximation method by Singular Spectral Analysis