

# 2次元イオン結晶による量子ゲートの理論解析

## Theoretical analysis on quantum gate of two dimensional ion crystals

### 1. はじめに

量子計算、量子シミュレーションを実現するための物理系を実現するための研究は、現在世界中で行われている。

このプロジェクトでは、D.Porras と J.I.Cirac によって提案された2次元イオン結晶による量子ゲート<sup>1)</sup>に着目し、物理系で実現する際の各パラメータを数値計算によって評価した。

### 2. 理論

#### 2.1 2次元イオン結晶の定式化

図1に2次元イオン結晶による量子ゲートを示す。イオンの平衡位置は、2つの基本並進ベクトルを用いて次の式で表される。

$$\mathbf{R}_r^0 = (r_1 \mathbf{a}_1 + r_2 \mathbf{a}_2) d_0, \quad r_j = 1, \dots, L \quad (1)$$

ここで、 $d_0$  はイオン間の距離である。系のポテンシャルはトラップによる項と、クーロン相互作用による項の和で与えられる。

$$V = V_{\text{Coul}} + V_{\text{Trap}} \quad (2)$$

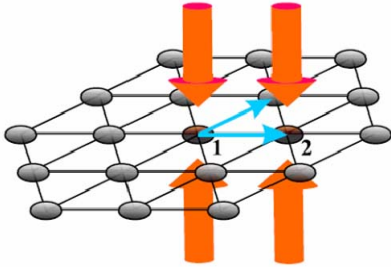


図1 2次元イオン結晶<sup>1)</sup>

#### 2.2 調和振動子のスペクトル

調和振動近似において、 $V_{\text{Coul}}$ は2次の項まで展開され、イオンの振動は独立な調和振動子として記述される。調和振動子の振動数及び振動方向はイオン間相互作用のフーリエ変換：

$$\Omega_{\mathbf{q}}^{i,j} = \delta_{i,j} \omega_j^2 + \sum_{\mathbf{s}} \frac{e^2}{m} (1 - \cos(\mathbf{s}\mathbf{q})) V_{\mathbf{s}}^{i,j}$$

$$V_{\mathbf{s}}^{i,j} = \frac{1}{|\mathbf{R}_{\mathbf{s}}^0|^3} \left( \frac{3(\mathbf{R}_{\mathbf{s}}^0)_i (\mathbf{R}_{\mathbf{s}}^0)_j}{|\mathbf{R}_{\mathbf{s}}^0|^2} - \delta_{i,j} \right) \quad (3)$$

の固有値、固有ベクトルとして与えられる。

### 2.3 量子ゲートのエラー

エラーは調和振動近似の際に無視したポテンシャルの高次の項  $H_{xy}^{ah}$  によって引き起こされる。量子ゲートの正確さを表すフィデリティは

$$\bar{F} = \text{tr}_{xy} \left\{ T \exp \left( \int_{-\infty}^t H_{xy}^{ah}(\tau) d\tau \right) \right\} \quad (4)$$

と計算することができる。

### 3. 計算結果

図2に10000個のイオンをトラップしたときの調和振動子のスペクトル(a)および温度に対する量子ゲートのエラー(b)を示す。点線はエラー訂正後のゲートエラーを表す。

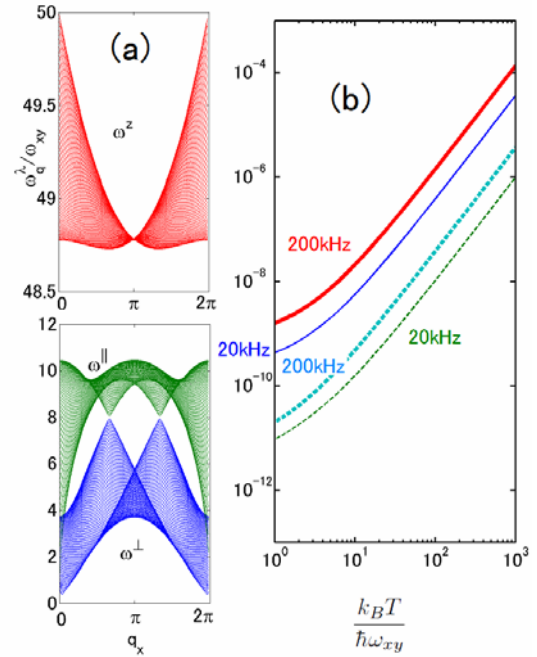


図2 スペクトルと量子ゲートのエラー

### 4. 結論

2次元イオントラップによる量子ゲートの理論を用いて、エラーを評価することができた。

温度が上昇するとともにエラーが上昇するため十分に冷却しなければならない。また、振動を抑えることによってエラーを抑えることができる。実験的に系を実現するにはこれらの点に注意する必要がある。

#### 参考文献

- 1) D.Porras *et al.*: PRL 96, 250501 (2006).